

פתרון בוחן בנושא פונקציה ריבועית09 במרץ 2015שאלה מספר 1

נתונה הפונקציה $f(x) = x^2 - x - 6$. סרטטו את גרף הפונקציה על הצירים כאן. הקפידו להסביר כיצד קבלתם את הסרטוט.

נחשב את הנקודה בה הסרטוט יחתוך את ציר y : $f(0) = 0^2 - 0 - 6 = -6$.
 הנקודה בה הסרטוט יחתוך את ציר y היא: $(0, -6)$.

נחשב את הנקודות בהן הסרטוט יחתוך את ציר x : $f(x) = x^2 - x - 6 = 0$. נפתור את המשוואה בעזרת הנוסחה:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-6)}}{2 \cdot 1} = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 24}}{2} \quad \leftarrow c = -6, b = -1, a = 1$$

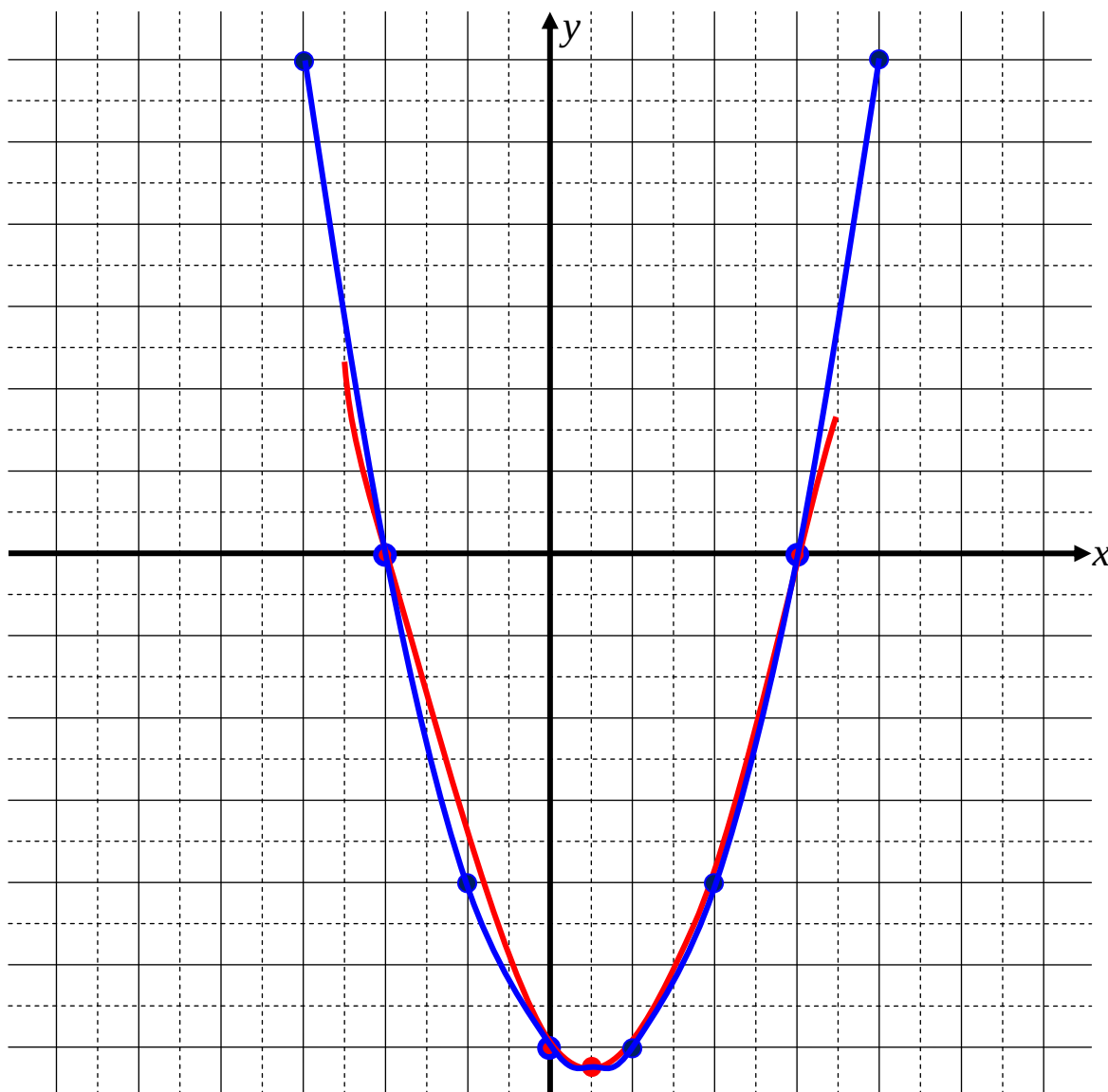
$$x_1 = 3 \quad x_2 = -2$$

הנקודות בהן הסרטוט יחתוך את ציר x הן: $(3, 0)$ ו- $(-2, 0)$.

$$y_k = f(x_k) = 0.5^2 - 0.5 - 6 = -6.25 \quad x_k = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-1)}{2 \cdot 1} = 0.5$$

הקודקוד נמצא בנקודה $(0.5, -6.25)$

לפי הנקודות האלה אפשר לצייר את הפונקציה:
 ראו את הסרטוט האדום בעמוד הבא.



יש גם אפשרות לדייק יותר: נבחר ערכים עבור x נציב אותם בפונקציה הנתונה ונחשב את ערכו של y .

$x = -3$	$f(-3) = (-3)^2 - (-3) - 6 = 6$
$x = -2$	$f(-2) = (-2)^2 - (-2) - 6 = 0$
$x = -1$	$f(-1) = (-1)^2 - (-1) - 6 = -4$
$x = 0$	$f(0) = 0^2 - 0 - 6 = -6$
$x = 1$	$f(1) = 1^2 - 1 - 6 = -6$
$x = 2$	$f(2) = 2^2 - 2 - 6 = -4$
$x = 3$	$f(3) = 3^2 - 3 - 6 = 0$
$x = 4$	$f(4) = 4^2 - 4 - 6 = 6$

הנקודות שחישבנו מסומנות בכחול. נשים לב שחלק מהנקודות הכחולות הן הנקודות המיוחדות בהן הפרבולה חותכת את ציר y ואת ציר x . זהו מקרה ולא חייב להתקיים בשאלות דומות אחרות. נשים גם לב לסרטוט הכחול שהוא יותר מדויק מה סרטוט האדום

שאלה מספר 2

נתונה הפונקציה $f(x) = 3x^2 + 4x - 15$. מבלי לסרטט את הפונקציה מצאו את הנקודות הבאות:

2.1 באיזו נקודה חותך ציור הפונקציה את ציר y ?

2.2 באיזו נקודות חותך ציור הפונקציה את ציר x ?

2.3 באיזו נקודה נמצא הקודקוד של הפונקציה?

דווחו את התשובות שלכם בצורה (x, y) .

2.1 ראינו שכדי למצוא את הנקודה בה הפונקציה חותכת את ציר y עלינו להציב $x = 0$. על כן הפונקציה חותכת את ציר y בנקודה $(0, -15)$.

2.2 כדי למצוא את הנקודות בהן הפונקציה חותכת את ציר x (אם יש כאלה!) עלינו להשוות אותה ל-0. מקבלים את המשוואה הבאה: $3x^2 + 4x - 15 = 0$. נשתמש בנוסחה למציאת השורשים (המפלצת):

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-15)}}{2 \cdot 3} = \frac{-4 \pm \sqrt{16 + 180}}{6} = \frac{-4 \pm \sqrt{196}}{6}$$

$$x_{1,2} = \frac{-4 \pm 14}{6} \quad x_1 = \frac{10}{6} = 1\frac{2}{3} \quad x_2 = \frac{-18}{6} = -3$$

מצאנו שהפונקציה חותכת את ציר x בנקודות $(-3, 0)$ ו- $(1\frac{2}{3}, 0)$.

2.3 למציאת שיעור x של הקודקוד נשתמש בנוסחה:

$$x_k = \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{2 \cdot 3} = -\frac{2}{3}$$

נציב את הערך של x_k בפונקציה כדי לקבל את שיעור y של הקודקוד:

$$y_k = 3\left(-\frac{2}{3}\right)^2 + 4\left(-\frac{2}{3}\right) - 15 = 3 \cdot \frac{4}{9} - 4 \cdot \frac{2}{3} - 15 = \frac{12}{9} - \frac{8}{3} - 15$$

$$y_k = \frac{12}{9} - \frac{24}{9} - \frac{135}{9} = \frac{-147}{9} = -16\frac{1}{3}$$

הקודקוד של הפרבולה נמצא בנקודה $(-\frac{2}{3}, -16\frac{1}{3})$

שאלה מספר 3 (בונים)

נתונות שתי פרבולות: $y = x^2 - x + 3$ ו- $y = 2x^2 + 2x - 7$. הציורים של שתי הפרבולות חותכים זה את זה. מצאו את שתי הנקודות בהן הפרבולות חותכות זו את זו. דווחו את התשובות שלכם בצורה (x, y) .

אם שתי הפרבולות חותכות זו את זו, פירושו של דבר שיש ערך אחד או יותר של x שעבורו לשתי הפרבולות הערך של y שווה. נשתמש במסקנה הזאת ונרשום משוואה:

$$2x^2 + 2x - 7 = x^2 - x + 3$$

נעביר אגפים ונקפל:

$$2x^2 - x^2 + 2x + x - 7 - 3 = 0$$

נכנס איברים דומים:

$$x^2 + 3x - 10 = 0$$

בעזרת הנוסחה למציאת השורשים נמצא:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-10)}}{2 \cdot 1} = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 40}}{2} = \frac{-3 \pm \sqrt{49}}{2}$$

$$x_{1,2} = \frac{-3 \pm 7}{2} \quad x_1 = \frac{-10}{2} = -5 \quad x_2 = \frac{4}{2} = 2$$

נחשב את ערכי y של שתי הנקודות שמצאנו:

	חישוב לפי הפונקציה $y = 2x^2 + 2x - 7$	חישוב לפי הפונקציה $y = x^2 - x + 3$
$x = -5$	$y = 2 \cdot (-5)^2 + 2 \cdot (-5) - 7 = 33$	$y = (-5)^2 - (-5) + 3 = 33$
$x = 2$	$y = 2 \cdot 2^2 + 2 \cdot 2 - 7 = 5$	$y = 2^2 - 2 + 3 = 5$

אכן (בשמחה!) קבלנו ששתי הפונקציות שוות בערךן (של y) עבור שני ערכי x שקבלנו. שתי הנקודות בהן הפונקציות חותכות זו את זו הן: $(-5, 33)$ ו- $(2, 5)$.

כדי שנקבל גם תמונה לראות הנה שתי הפונקציות כפי שהמחשב מצייר אותן:

