

עבודה במתמטיקה לכיתה י' 5 יח"ל – פסח תשע"ה

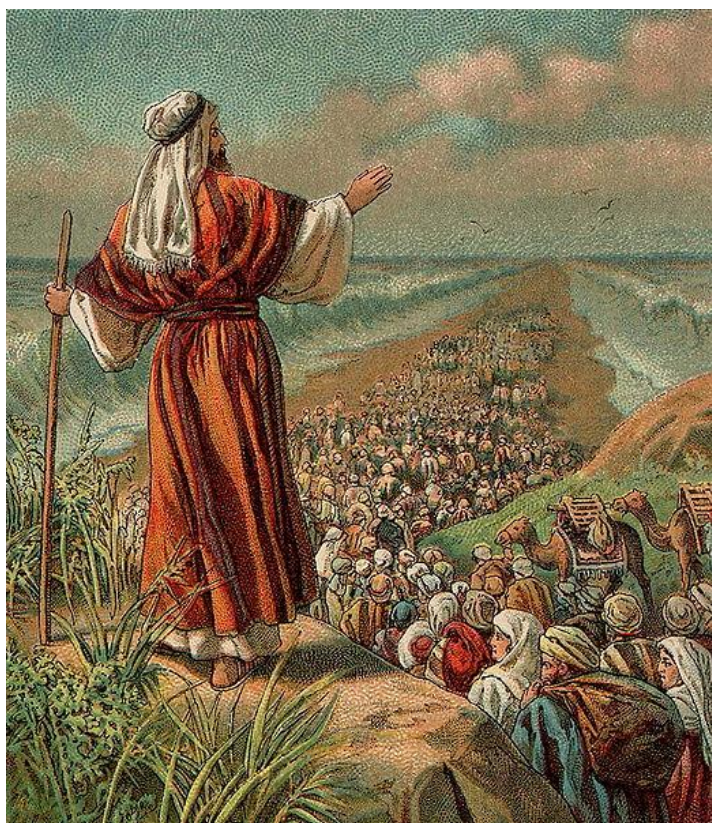
יש לפתור את כל השאלות על דפים משובצים.

רשמו את שמכם על כל אחד מהדפים

הפתרונות יוגשו אחרי חופשת הפסח.

מומלץ לכתוב דואר אלקטרוני, WhatsApp כאשר נתקלים בקושי. מישהו יענה.

צאו לדרך ובהצלחה!



חג שמח !

חקירת פונקציות רציונאליות

לכל אחת מהשאלות ממספר 1 ועד מספר 5 כולל מצאו:

- תחום הגדרה
- נקודות חיתוך עם הצירים
- נקודות קיצון. פרטו את סוג הקיצון
- תחום עליה. תחום ירידה
- אסימפטוטות אנכיות ואופקיות
- במקרה שאחד המאפיינים חסר ציינו זאת במפורש
- סרטוט ציור סכמטי של הפונקציה.

שאלה מספר 1

חקרו את 3 הפונקציות הבאות

$f(x) = \frac{x^2}{(x-1)(x-3)}$	$f(x) = \frac{x^3}{x^2 + x + 1}$	$f(x) = \frac{x}{x^2 - x + 1}$
---------------------------------	----------------------------------	--------------------------------

שאלה מספר 2

נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x}{ax^2 - 3x + 4}$, ונתון שיש לה נקודת קיצון עבור $x = -1$.

מצאו את ערכו של הפרמטר a , הציבו אותו בפונקציה הנתונה וחקרו את הפונקציה לפי הסעיפים בראש פרק זה.

שאלה מספר 3

נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{ax^2 + 8x - 28}{x^2 - 4}$, ונתון שהישר $y = 2$ הוא אסימפטוטה.

מצאו את ערכו של הפרמטר a , הציבו אותו בפונקציה הנתונה וחקרו את הפונקציה לפי בסעיפים בראש פרק זה.

שאלה מספר 4

נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{ax + 6}{x^2 - 2x + 2}$, ונתון שאחת מנקודות הקיצון שלה נמצאת על הציר y .

מצאו את ערכו של הפרמטר a , הציבו אותו בפונקציה הנתונה וחקרו את הפונקציה לפי בסעיפים בראש פרק זה.

שאלה מספר 5

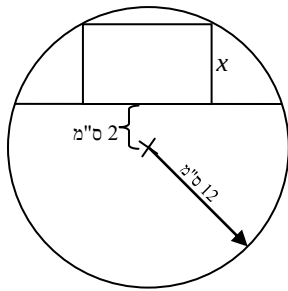
נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{ax + 16}{x^2 - 3x - b}$, נתון שהישר $x = -1$ הוא אסימפטוטה ונתון שעבור $x = 2$ יש לפונקציה

נקודת קיצון.

מצאו את ערכם של הפרמטרים a ו- b . הציבו אותם בפונקציה הנתונה וחקרו את הפונקציה לפי בסעיפים בראש פרק זה.

שאלות מינימום מקסימום**שאלה מספר 6**

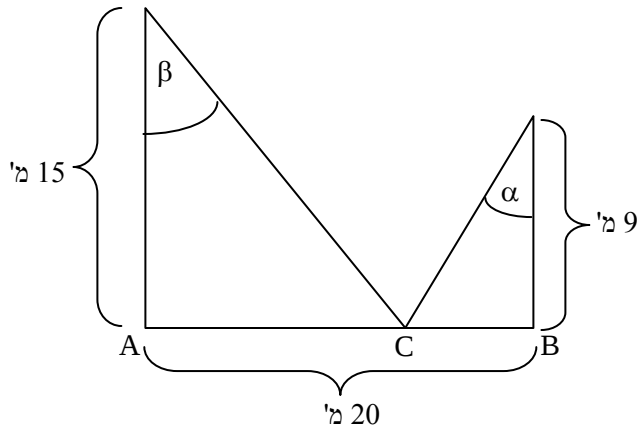
בציור משאל מופיע מעגל שרדיוסו 12 ס"מ. במרחק 2 ס"מ ממרכז המעגל מסורטט מיתר. שנים מהקודקודים של המלבן שמופיע בסרטוט מונחים על המיתר ושני הקודקודים האחרים מונחים על המעגל. נסמן את גובה המלבן באות x .



מצאו את הערך של x כך ששטח המלבן יהיה מקסימלי.

שאלה מספר 7

נתון הקטע AB שאורכו 20 מ'. בקצותיו עומדים שני עמודים האחד 15 מ' גובהו והשני 9 מ' גובהו. קושרים חבל מהקצה של אחד העמודים אל הנקודה C על הקרקע ומנקודה C אל הקצה של העמוד השני. נתון: אורך החבל הוא הקצר ביותר שאפשר למתוח בצורה המתוארת.



א. הוכיחו שמתקיים $\alpha = \beta$.

ב. באיזה מרחק מנקודה A צריכה להימצא נקודה C , כך שאורך החבל יהיה מקסימאלי?

שאלה מספר 8

בציור משמאל במשולש $\triangle ABC$ נתון:

• $AB = 12$ ס"מ, $\angle BAC = 30^\circ$, $\angle ACB = 90^\circ$.

• הנקודה E נמצאת על AB ,

• הנקודה F נמצאת על AC

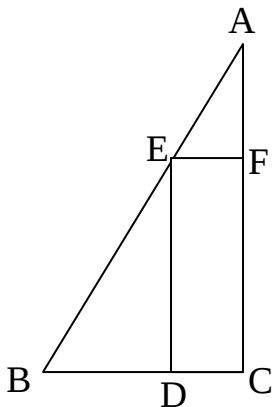
• הנקודה D נמצאת על BC .

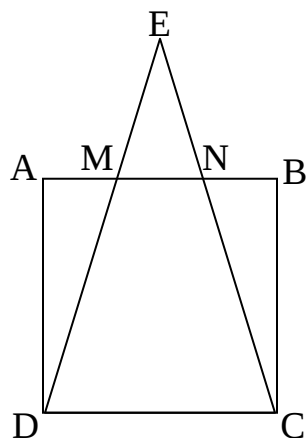
• $ED \perp BC$, $EF \perp AC$

סמנו באות x את אורך הקטע EF .

א. הביעו באמצעות x את אורך הקטע ED .

ב. מה צריך להיות ערכו של x כדי ששטח המלבן $EFDC$ יהיה מקסימאלי?



שאלה מספר 9

נתון הריבוע $ABCD$. אורך הצלע של $ABCD$ הוא 10 ס"מ.
 הנקודה E נמצאת מחוץ לריבוע. המשולש $ADEC$ הוא משולש שווה שוקיים,
 $ED = EC$. שוקי המשולש חותכים את הצלע AB בנקודות M ו- N .
 מה צריך להיות האורך של הקטע AM כך שסכום השטחים של שלושת המשולשים

$$S_{\triangle DAM} + S_{\triangle MEN} + S_{\triangle CBN}$$

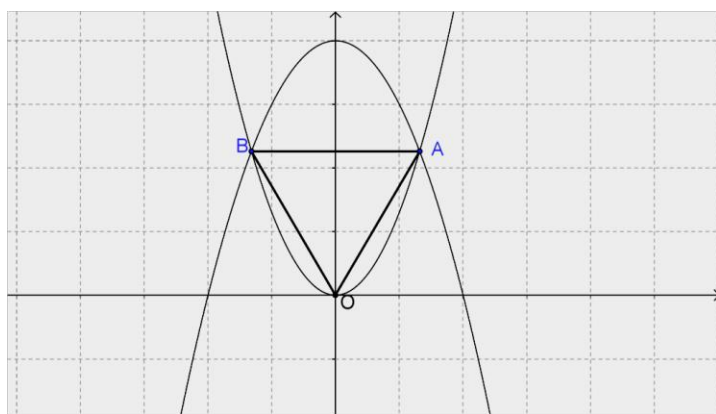
יהיה מינימאלי?

שאלה מספר 10

בציור משמאל מופיעות שתי פרבולות. התיאור האלגברי שלהן הוא:

$$y = -x^2 + 4$$

$$y = ax^2 \quad a > 0$$



הפרבולות חותכות זו את זו בנקודות A ו- B .

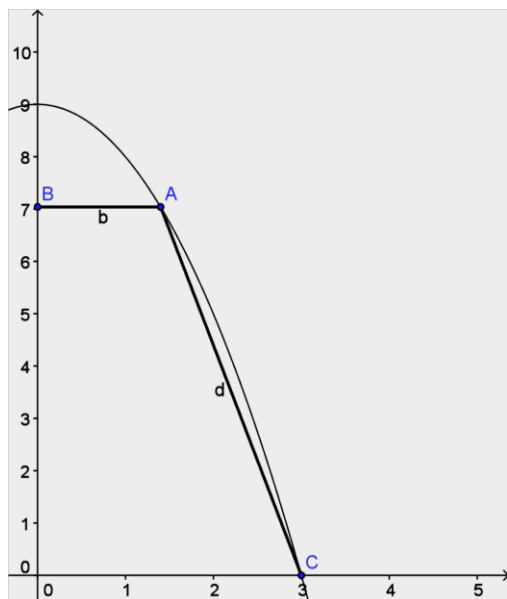
מה צריך להיות הערך של הפרמטר a כדי ששטח המשולש $\triangle ABO$ יהיה מקסימאלי?



לעומת העבודה הזאת, חרטומי מצרים היו הרבה יותר קשים לפענוח



פסח שמח וכשר !

**שאלה מספר 11**

בציור משמאל מופיע הרביע הראשון של מערכת הצירים. (ציר x וציר y מסורטים בקני מידה שונים!). גרף הפונקציה הוא:

$$y = -x^2 + 9$$

- גרף הפונקציה חותך את ציר x בנקודה C .
- ראשית הצירים היא O .
- הנקודה A נמצאת על גרף הפונקציה.
- הנקודה B נמצאת על ציר y .
- הקטע AB מקביל לציר x .

מה צריכים להיות השיעורים של הנקודה A כך השטח של הטרפז $ABOC$ יהיה מקסימאלי?

שאלה מספר 12

נתון כי הפונקציה $f(x)$ היא פונקציה רציונאלית המקיימת:

- לפונקציה יש שלוש האסימפטוטות: $x = 4$, $x = -1$, $y = 0$
- הפונקציה מוגדרת בתחום: $x \neq -1$ $x \neq 4$
- $f(0) > 0$
- $f(1.5) = 0$
- $f'(x) < 0$ רק עבור $-1 < x < 4$

- א. על פי הנתונים לעיל סרטטו סקיצה אפשרית של גרף הפונקציה
- ב. על פי הגרף שסרטטתם, הראו כי לנגזרת הפונקציה $\{f'(x)\}$ יש נקודת קיצון בתחום $-1 < x < 4$. קבעו את סוג נקודת הקיצון והסבירו את קביעתכם.

ג. מוסיפים את הנתון כי הפונקציה מקיימת: $f(x) = \frac{3a - 3bx}{(x^2 - ax - 4)^2}$. a ו- b הם פרמטרים.

מצאו את ערכם של a ושל b .

שאלות תנועה**שאלה מספר 13**

העיר אלף-סיטי נמצאת במעלה הנהר והעיר בית-סיטי נמצאת במורד הנהר. מימי הנהר זורמים במהירות של 5 קמ"ש. בשעה 07:00 יצאה ספינה מאלף-סיטי אל בית-סיטי. בשעה 07:44 יצאה ספינה אחרת מבית-סיטי אל אלף-סיטי. המהירות העצמית* של הספינה שיצאה מבית-סיטי גדולה ב...9 קמ"ש מהמהירות של הספינה שיצאה מאלף-סיטי. כאשר חלפו זו על פני זו היה המרחק שעברה הספינה שיצאה מאלף-סיטי גדול פי 1.5 מהמרחק שעברה הספינה שיצאה מבית-סיטי. כעבור שעתים וחצי אחרי שחלפו זו על פני זו, הגיעה הספינה שיצאה מבית-סיטי לאלף-סיטי.

א. מצאו את המהירות העצמית של כל אחת מהספינות

ב. באיזו שעה חלפו הספינות זו על פני זו?

* מהירות עצמית היא המהירות של הספינה ביחס למים.

שאלה מספר 14

רומיאו ויוליה, הידועים והמפורסמים, קבעו את הסידור הסודי הבא כדי להיפגש. אחד מהם שולח יונת דואר ויוצא מיד לדרך. בהגיע היונה אל יעדה יוצא השני לדרך וכך הם נפגשים.

- ביום הראשון, שלח רומיאו את היונה ויצא לדרך. בהגיע היונה לביתה של יוליה, יצאה היא לדרך. הם נפגשו קרוב לביתה של יוליה במרחק שהוא 0.2 מהמרחק המפריד בין הבתים של השניים.
- ביום השני, שלחה יוליה את היונה ויצאה לדרך. בהגיע היונה לביתו של רומיאו, יצא הוא לדרך. הם נפגשו קרוב לביתו של רומיאו במרחק שהוא 0.4 מהמרחק המפריד בין הבתים של השניים.

א. מצאו מה היחס בין מהירות ההליכה של רומיאו למהירות ההליכה של יוליה.

ב. מצאו מה היחס בין מהירות המעוף של יונה לבין מהירות ההליכה של רומיאו

ג. ביום השלישי, קרה ששניהם שלחו בו-זמנית את היונים ויצאו לדרך. באיזה מרחק הם נפגשו מביתה של יוליה? בטאו את התשובה כשבר מהמרחק שבין שני הבתים.

ד. המשפחות של רומיאו ושל יוליה מסוכסכות ולא מרשות לשניים להיפגש. ידוע שאי-אפשר לזהות אדם ממרחק גדול מ...1.2 קילומטרים. על פי הידוע כי שתי המשפחות לא ידעו שהשניים נפגשים, מה המרחק הקטן ביותר שיכול להיות בין הבתים של השניים?

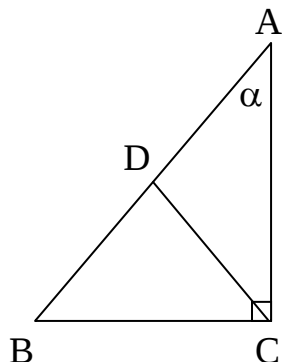
שאלה מספר 15

אבי ובני התחרו בריצה על מסלול מנקודה A אל נקודה B שאורכו 50 מטרים. בזינוק מנקודה A, אבי יצא לדרך 1 שנייה לפני בני. בני פגש את אבי במרחק 10 מטרים מנקודת הזינוק, חלף על פניו והמשיך לעבר נקודה B. בני הגיע לנקודה B, מיד הסתובב ורץ אל A. הוא פגש בשנית את אבי, שהייה עדין בדרכו אל B. הפגישה ארעה 10 שניות אחרי שבני יצא לדרך מנקודה A.

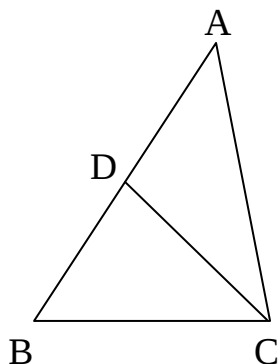
מהירות הריצה של השניים היו קבועות. באיזה מרחק מנקודה B ארעה המפגש הזני?

טריגונומטריה**שאלה מספר 16**

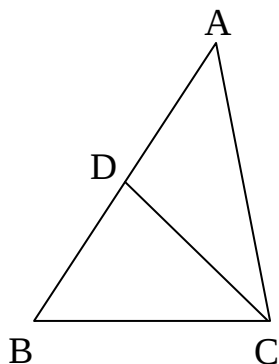
בסרטוט משמאל, משולש $\triangle ABC$ משולש ישר זווית, $\angle ACB = 90^\circ$.
 $CD \perp AB$, זווית $\alpha = 36^\circ$, $CD = 12$.
 חשבו את האורך של הקטעים הבאים: AB , BD , BC , AC .

**שאלה מספר 17**

בסרטוט משמאל, משולש $\triangle ABC$ משולש כללי, $\angle BAC = 36^\circ$.
 $CD = 12$, $\angle BDC = 106^\circ$.
 חשבו את האורך של הקטעים הבאים: AB , BD , BC , AC .

**שאלה מספר 18**

בסרטוט משמאל, משולש $\triangle ABC$ משולש כללי, $\angle BAC = 36^\circ$.
 $CD = 12$, $AD = 9$.
 חשבו את האורך של הקטעים הבאים: AB , BD , BC , AC .





אם הגעתם עד לכאן – לכו לים !