

(30) לפונקציות: $f(x) = x^2 + 2$ ו- $g(x) = -x^2$ אין אף נקודה משותפת.
 ישר מסוים משיק גם לגרף הפונקציה $f(x)$ וגם לגרף הפונקציה $g(x)$.
 מצא את משוואתו של הישר המסוים הזה (מצא את שני הפתרונות האפשריים).

נסמן ב- $x_1, \dots, x_2$ את שיעורי הנקודות של x של נקודות ההשקה,
 כך ש- $x_1, \dots, x_2$ שייך לפונקציה $f(x) = x^2 + 2$ ו- $x_2, \dots, x_1$ שייך לפונקציה $g(x) = -x^2$
 בשימוש בשתי הפונקציות נוכל לרשום את השיעורים של שתי הנקודות: $(x_1, x_1^2 + 2)$ ו- $(x_2, -x_2^2)$
 נגזור את שתי הפונקציות ונקבל: $f'(x) = 2x$ ו- $g'(x) = -2x$
 אם נסמן באות m את השיפוע של המשיק נוכל לרשום את שלוש המשוואות הבאות:

$$\begin{cases} m = \frac{-x_2^2 - (x_1^2 + 2)}{x_2 - x_1} \\ m = 2x_1 \\ m = -2x_2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} m = \frac{-x_2^2 - (x_1^2 + 2)}{x_2 - x_1} \\ x_1 = \frac{m}{2} \\ x_2 = -\frac{m}{2} \end{cases}$$

המשוואה הראשונה היא יישום של הנוסחה למציאת שיפוע של ישר העובר דרך שתי נקודות (x_1, y_1) ו- (x_2, y_2)
 ושתי המשוואות האחרות הן הצבה בנגזרות של שתי הפונקציות.
 בפעולה אלגברית פשוטה ביטאנו את x_1 ואת x_2 בעזרת m . בהצבה במשוואה העליונה מקבלים:

$$m = \frac{-\frac{m^2}{4} - \left(\frac{m^2}{4} + 2\right)}{-\frac{m}{2} - \frac{m}{2}} \rightarrow m = \frac{-\frac{m^2}{2} - 2}{-m} \rightarrow -m^2 = -\frac{m^2}{2} - 2$$

$$-2m^2 = -m^2 - 4 \rightarrow m^2 = 4 \rightarrow m = \pm 2$$

קבלנו שני שיפועים של שני משיקים. נותר לחפש את הנקודות בהן לפונקציות הנתונות, הנגזרת שווה 2 או -2 וללכת לבעיה הבאה... ☺